

**IV CONGRESO LATINOAMERICANO DE
ESTUDIANTES DE INGENIERÍA CIVIL**

COLEIC, PANAMÁ 2007

CONCURSO DE PONENCIAS

“APLICACIÓN DEL MÉTODO GRÁFICO DE SCHNYDER-
BERGERÓN PARA EL CÁLCULO DE FENÓMENOS
TRANSITORIOS EN REDES A PRESIÓN”

AUTORA:

Guachizaca Vera Doris Andrea

ASESOR:

Benavides Muñoz Holger, Ing.

UNIVERSIDAD TÉCNICA PARTICULAR DE LOJA

“APLICACIÓN DEL MÉTODO GRÁFICO DE SCHNYDER-BERGERÓN PARA EL CÁLCULO DE FENÓMENOS TRANSITORIOS EN REDES A PRESIÓN”

RESUMEN

La problemática frecuente en los sistemas de distribución en redes a presión es la generación de fenómenos transitorios (*golpe de ariete*), el cual es el causante de averías en tuberías e instalaciones hidráulicas debido al aumento estrepitoso de la presión normal en la conducción, por la variación del estado dinámico del líquido y de su velocidad de circulación. Sin embargo el análisis y diseño de conducciones a presión, considerando fenómenos transitorios, involucra gran cantidad de variables matemáticas complicadas en su análisis, para ello se ha propuesto su solución aplicando el método gráfico de *Schnyder – Bergerón*, que nos permitirá llevar a cabo un análisis simplificado previo del problema y con una visión física general del fenómeno.

1. INTRODUCCIÓN

La presente investigación está orientada al análisis particular de la problemática causada por la presencia de fenómenos transitorios (golpe de ariete) en sistemas de fluidos a presión en conductos cerrados, por ende su consideración y estudio ha constituido un tema de gran importancia en este tipo de sistemas, debido a que tanto presiones máximas como mínimas pueden ser obtenidas mediante su respectivo análisis, en donde se considera además el estudio de fluidos en régimen transitorio asociado a la determinación de la resistencia mecánica que tienen las conducciones para que un determinado material pueda soportar las presiones máximas a la que este sometido, considerando para ello necesario conocer las características físicas – hidráulicas de un fenómeno transitorio en conducciones a presión y mediante su estudio ó análisis poder prevenir dichos fenómenos, evitando daños en tuberías e instalaciones hidráulicas.

Una de las técnicas de análisis hidráulico del transitorio es el método gráfico de Schnyder-Bergerón, método que permite analizar y resolver en forma gráfica las consecuencias, en espacio y tiempo, de la perturbación o golpe de ariete.

2. OBJETIVOS

- a. Conocer las características físicas – hidráulicas de un fenómeno transitorio en tuberías a presión.
- b. Aplicar el método gráfico de Schnyder – Bergerón para solucionar el modelo matemático de un fenómeno transitorio en redes a presión.

3. FENÓMENOS TRANSITORIOS

Un transitorio hidráulico es originado por la variación de presión inducida a su vez por la variación proporcional de velocidad en los sistemas de conducción, es decir una causa (ΔV) conlleva a su respectivo efecto (Δp), y que dependen esencialmente del tiempo (t).

Una reducción de la velocidad del flujo que se transporta bajo presión por la tubería en análisis y su consiguiente depresión pueden ser generadas por diferentes acciones como: maniobras rápidas en la operación de válvulas y arranque o detención (accidental o voluntaria) de un grupo de bombeo, principalmente (Pérez y Guitelman, 2005).

Por otra parte debido a la diversidad de fenómenos que acontecen en un transitorio hidráulico en conductos cerrados, se lleva a cabo una clasificación de los diferentes modelos empleados para su análisis, de los cuales se da a continuación una figuración general característica de cada uno. (Área Mecánica de Fluidos. Dpto. Tecnología, 2005/06).



Figura 1. Modelos de análisis de transitorios hidráulicos

3.1 DESCRIPCIÓN FÍSICA DEL FENÓMENO TRANSITORIO

Físicamente el transitorio (golpe de ariete) en un conducto cerrado, originado por el cierre de una válvula se manifiesta durante el suceso por el intercambio de energía cinética en energía elástica y

dicho fenómeno es descrito en cuatro fases. Para admitir las condiciones más críticas del sistema se despreciará la fricción en la conducción, siendo desde cierto punto un análisis conservador.

Para nuestro caso se supone una aducción por gravedad, con flujo en régimen permanente y uniforme, en cuyo extremo final se ubica una válvula; inmediatamente después de producirse un cierre instantáneo en ésta, se induce a la transformación cíclica de su energía cinética en energía de presión, derivada por la detención del fluido, provocada por una onda sobrepresiva que viaja hacia el depósito, si esta perturbación se propaga con una velocidad (\mathbf{a}), al cabo de un tiempo ($\mathbf{L/a}$) toda la conducción se encuentra bajo estos efectos de sobrepresión, ocasionando una situación inestable en el sistema. (Fase I)

Inmediatamente se genera un nuevo intercambio de energía (de presión a cinética), que origina la aparición de una velocidad ($\mathbf{-V}$) y una reducción sincrónica de la presión con valor ($\mathbf{\Delta H}$), que lleva a lo largo de la conducción desde el depósito hacia la válvula.

El fluido circula en dirección contraria a la velocidad de régimen y con la presión igual a la que se tenía originalmente antes del transitorio y al transcurrir un tiempo de ($\mathbf{2L/a}$) segundos desde el inicio del fenómeno, el sistema tiene un nivel de presiones igual al estado inicial, pero con sentido de flujo hacia el depósito. (Fase II)

Posteriormente el sistema compensa la falta de aporte de fluido con una depresión aguas arriba de la válvula, esto se experimenta cuando la conducción tiene una velocidad ($\mathbf{-V_0}$) e incluye una nueva onda depresiva que reduce el valor de la presión a cambio de anular la velocidad y al cabo de ($\mathbf{3L/a}$) segundos, esta onda llega al depósito. (Fase III)

Finalmente el nivel de presiones en el depósito es superior al nivel de presiones en la conducción, esto hace que aparezca una onda de presión positiva desde el depósito hacia la válvula que a su paso va acelerando el fluido y al mismo tiempo va recuperando la depresión ($\mathbf{\Delta H}$) que tenía la conducción respecto del depósito. Al cabo de ($\mathbf{4L/a}$) segundos de iniciarse la perturbación esta cuarta onda de presión característica llega a la válvula, encontrándose el sistema en una situación semejante a la inicial de la primera fase. (Fase IV).

Así el proceso se repetirá cíclicamente hasta que las fluctuaciones rápidas de caudales vayan amortiguándose por la presencia de pérdidas, llegando a alcanzar un régimen permanente, pero mientras se repite el proceso la tubería sufrirá varios cambios, debido a las características de elasticidad (\mathbf{E}) del material. (Área Mecánica de Fluidos. Manual de Prácticas, 2005/06).

3.2 PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS EN EL ANÁLISIS DE TRANSITORIOS

En el modelo inercial elástico, se analiza el sistema de ecuaciones que gobiernan su comportamiento, su deducción se la realiza mediante la aplicación de la ecuación de continuidad y cantidad de movimiento, obteniéndose como resultado parámetros característicos como el pulso de Joukowsky (ΔH) y la celeridad de las ondas de presión (a).

Pulso de Joukowsky: establece la máxima sobrepresión del fluido que pueda adquirirse cada vez que se alcance la máxima disminución posible de velocidad. (Costa, 2001)

Realizando el balance de fuerzas que se experimenta en la conducción tras el cierre de la válvula, permite obtener la variación de presión, pero al realizarse sólo una variación parcial del caudal (velocidad) de valor ΔV la sobrepresión generada es:

$$\Delta p = -\rho a \Delta V \quad \text{Ec.01}$$

Celeridad de las ondas de presión: considera la velocidad de propagación de las ondas de presión que circulan en las conducciones debidas a la variación de velocidad (Costa, 2001). Mediante el balance de volúmenes se obtiene la expresión de celeridad propuesta por Korteweg (1878):

$$a = \frac{\sqrt{\frac{K}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{K D}{E e}}} \quad \text{Ec.02}$$

Donde: a – velocidad de la onda de presión (celeridad)

K – módulo de compresibilidad volumétrico del fluido

D – diámetro interno de la tubería

E – módulo elástico de Young del material de la tubería

e – espesor de la tubería

ρ – densidad

3.3 ECUACIONES FUNDAMENTALES Y CONDICIONES DE CONTORNO EN EL ANÁLISIS DE UN TRANSITORIO HIDRÁULICO EN FLUIDOS A PRESIÓN

Analizar un transitorio consiste en determinar la presión y velocidad en cualquier punto de la conducción en un instante determinado: $p = p(x, t)$; $V = V(x, t)$

Las ecuaciones que rigen el comportamiento hidráulico de los fenómenos transitorios toman como punto de partida el teorema de arrastre de Reynolds (TAR) aplicado al balance de masas:

$$\left. \frac{d\bar{H}_{sist}(t)}{dt} \right|_t = \frac{d}{dt} \left(\int_{vC} \bar{h}(\bar{r}, t) \rho(\bar{r}, t) dW \right) + \int_{SC} \bar{h}(\bar{r}, t) \rho(\bar{r}, t) (V_{r, SC}(\bar{r}, t) dA) \quad \text{Ec.03}$$

En donde la propiedad extensiva masa del sistema de control es $\bar{H}_{sist}(t) = M$ y la propiedad específica por unidad de masa $\bar{h}(\bar{r}, t)$ es $M/M=1$. Asimismo, la sumatoria de fuerzas exteriores que actúan sobre el volumen de control son iguales a cero y con la continuidad aplicada al volumen de control infinitesimal tenemos:

$$\frac{\delta}{\delta t} \left(\int_{vC} \rho dW \right) + \int_{SC} \rho V dA = 0 \quad \text{Ec.04}$$

Luego con la aplicación de varios artificios y reemplazos de relaciones se obtiene un sistema de ecuaciones en derivadas parciales de tipo hiperbólico, establecidas por los principios fundamentales que rigen el movimiento del fluido, siendo sus variables independientes la posición (**x**) y el tiempo (**t**).

$$\frac{g}{a^2} \frac{dH}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{g}{a^2} V \text{sen} \theta = 0 \quad \text{Ec.05}$$

$$\frac{dV}{dt} + f \frac{V |V|}{2D} + g \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \quad \text{Ec.06}$$

Donde: H - presión expresada en altura de columna líquida

V - velocidad el líquido

g – aceleración de la gravedad

Las ecuaciones (05) y (06) nos permiten conocer la transmisión de las perturbaciones en el interior de una conducción generadas por los elementos propios del sistema, es necesario determinar también las condiciones de contorno, las que permiten relacionar variables básicas características como: (H-V) o (H-Q).

3.4 MÉTODO GRÁFICO DE SCHNYDER-BERGERÓN

Este método es aplicado preferentemente en sistemas de conducciones sencillas, con características homogéneas y condiciones de contorno bien definidas.

Sin embargo, el golpe de ariete adquiere mayor validez cuando los cambios de velocidad en las conducciones son radicales, generando grandes sobrepresiones, derivando situaciones muy peligrosas; en caso contrario, al no producirse grandes variaciones de velocidad el transitorio (modelo dinámico no inercial o cuasi-estático) puede ser normalmente soportado por la tubería.

Consecuentemente las ecuaciones (05) y (06), al reducirse en un sistema en derivadas totales e integrándolas nos proporcionan las denominadas rectas características C^+ y C^- , la primera representa una onda viajando aguas abajo de la conducción, coincidiendo con el sentido normal de circulación del fluido, mientras que la segunda es una onda que recorre en sentido contrario, viajando aguas arriba.

En consecuencia su representación en función del caudal es:

$$C^+ \quad HP(i) = H(i-1) + \frac{a}{gA} Q(i-1) - \frac{fa\Delta a}{2gDA^2} Q(i-1)Q(i-1) - \frac{a}{gA} QP(i) \quad \text{Ec.07}$$

$$C^- \quad HP(i) = H(i+1) + \frac{a}{gA} Q(i+1) - \frac{fa\Delta a}{2gDA^2} Q(i-1)Q(i+1) + \frac{a}{gA} QP(i) \quad \text{Ec.08}$$

Despreciando el efecto gravitatorio y eliminando términos no lineales (pérdidas) estas ecuaciones se expresan de la siguiente manera:

$$C^+ \quad H(o) = H(m) + C_a Q(m) - C_a Q(o) \quad \text{Ec.09}$$

$$C^- \quad H(o) = H(m) - C_a Q(m) + C_a Q(o) \quad \text{Ec.10}$$

Donde:

$$C_a = \frac{a}{gA} \quad \text{Ec.11}$$

Incluyendo también el parámetro adimensional de Allievi (2ρ) las ecuaciones (09) y (10) se pueden representar así:

$$C^+ \quad h(o) = h(m) + 2\rho(q_m - q_o) \quad \text{Ec.12}$$

$$C^- \quad h(o) = h(m) - 2\rho(q_m - q_o) \quad \text{Ec.13}$$

Donde:

$$2\rho = C_a \frac{Q_o}{H_o} \quad \text{Ec.14}$$

Estas ecuaciones pueden ser representadas gráficamente en un plano H (altura) - Q (caudal), consiguiendo a continuación determinar valores de H(x, t) y Q(x, t) en cualquier punto e instante de la conducción de las que se requiera su respectivo análisis, asociados a sus características.

Intervalo temporal de cálculo:

$$\Delta t = \frac{L}{N a} \quad \text{Ec.15}$$

Donde: L – longitud de tubería

N - es el número de intervalos en análisis

Si H₀ es la altura piezométrica de referencia y Q₀ el caudal de referencia, las variables reducidas h(x, t) y q(x, t) serán igual a:

$$h_{(x,t)} = \frac{H_{(x,t)}}{H_0}; \quad q_{(x,t)} = \frac{Q_{(x,t)}}{Q_0}; \quad V_{(x,t)} = \frac{V_{(x,t)}}{V_0} \quad \text{Ec.16}$$

3.5 EJEMPLO DE CONSTRUCCIÓN GRÁFICA

Para la comprensión del método se describe el proceso mediante el siguiente modelo de descarga a través de una conducción de 2 Km. de longitud y 0.5 m de diámetro, desde un depósito (atmosférico) situado a 100 m sobre la válvula que descarga a la atmósfera. La velocidad del flujo es de 2 m/s, con un caudal Q= 0.3927 m³/s, en los que se analiza tres puntos (I-II-III que corresponden a los puntos ubicados en la válvula, depósito, y mitad de la conducción respectivamente). Además conocidas las propiedades del material como módulo de compresibilidad volumétrico K = 2.00E+09 N/m², módulo elástico de Young E = 4.76E+10 N/m², espesor de la tubería 3mm; se procederá a determinar: a = 500 m/s que resulta al utilizar la ecuación (02), valor que al emplear en la ecuación (15) se consigue el intervalo temporal de 2 segundos. Con ello las pendientes de la rectas características resultan igual a 1. De la misma manera se calcula el pulso de Joukowsky con la aplicación de la ecuación (01), cuyo valor es de 100m, por su cierre instantáneo (T_c < 2L/a).

Los valores se repetirán cada cuatro intervalos de tiempo (L/a): así; los valores de punto donde se origina la perturbación I_i, serán los mismos que I_{i+4}, en el caso del punto I se repetirán a partir de 0.5, para los puntos II y III lo harán a partir de 0.

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- El método presentado en este trabajo, nos permitió obtener gráficamente los datos del comportamiento del sistema bajo el efecto de la perturbación generada por el transitorio hidráulico; así como, el conocimiento de las características físicas-hidráulicas (caudal y presión) presente en la red a presión, en cada espacio y tiempo considerado.
- La aplicación del método de Schnyder- Bergerón para el estudio de fenómenos transitorios, nos permitió analizar y solucionar el modelo matemático de estos fenómenos hidráulicos y se lo recomienda para una aplicación preferentemente didáctica con análisis de hasta tres puntos, debido a que mientras mayor número de puntos intermedios exista mayor cantidad de rectas características, con la sucesiva y progresiva generación de figuras diamantinas que contienen información de caudales y presiones según su x y t , información gráfica que al momento de plantear la solución resultará más complejo y tedioso que si lo comparamos con la solución en un ordenador.
- La solución matemática del sistema de ecuaciones diferenciales del tipo hiperbólico-casi lineal se facilita eliminando de sus términos las pérdidas de carga por fricción y la función trigonométrica que involucra el ángulo de la tubería con la horizontal de referencia; artificio que nos deja del lado de la seguridad.

5. REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

- PÉREZ L. y GUITELMAN A. 2005. Cátedra de “Construcciones Hidráulicas- Estudio de transitorios”, Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ingeniería. Departamento de Hidráulica. Pág 8.
- ÁREA MECÁNICA DE FLUIDOS. DPTO. TECNOLOGÍA. 2006. “Hidráulica Aplicada”. Código 325. 3º Curso, Ingeniería Industrial. Curso 2005 / 06. Pag.2-3.
- ÁREA MECÁNICA DE FLUIDOS. DPTO. TECNOLOGÍA. 2006. “Transitorios hidráulicos en redes de distribución de agua”. Parte I: Simulación de transitorios. Pag.29-31.
- COSTA T., SANTOS D., y LANCA R.. 2001. “Área Departamental de Engenharia Civil”. Núcleo de Hidráulica e Ambiente. Pag 3-4.
- GARCÍA J., y VELA A. 1995. “Transitorios y Oscilaciones en Sistemas Hidráulicos a Presión”. Pág: 154-156.